

ИСА | 08.03.01 | ПГС | 6-й семестр

Железобетонные и каменные конструкции

Практическое занятие №1



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

**СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

www: mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/

e-mail: gbk@mgsu.ru; PekinDA@mgsu.ru

тел.: +7 495 287 49 14 доб. 3036, 3084

Пекин Дмитрий Анатольевич, доцент, к.т.н.

6-й семестр – 14 практических занятий:

- Бетонные и железобетонные конструкции: характеристики материалов, особенности работы, методы и примеры расчета
- Одноэтажные производственные здания из серийных сборных железобетонных конструкций
- Тонкостенные пространственные покрытия зданий на примере цилиндрической оболочки и сферического купола
- Железобетонные конструкции инженерных сооружений на примере подпорной стенки и прямоугольного резервуара
- Каменные и армокаменные конструкции на примере несущих колонн и стен

6-й семестр – расчетно-графическая работа (РГР)

Проектирование монолитного железобетонного ребристого перекрытия многоэтажного каркасного здания (по вариантам):

- Скомпоновать монолитное железобетонное ребристое перекрытие многоэтажного здания – выбор расположения главных и второстепенных балок, определение пролетов и шагов балок, геометрии их сечений и толщины плиты перекрытия
- Сбор нагрузок, статический расчет и конструирование многопролетной плиты и второстепенной балки перекрытия
- Разработка чертежей данных конструкций в графической системе AutoCAD

Методические указания и справочные материалы по ссылке:

<https://mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/mmaterials/Monolitnye%20perekrytiya.pdf>

Практическое занятие №1 – краткий обзор:

- Физико-механические характеристики бетона и арматуры
- Геометрические характеристики элементов и сечений
- Устойчивость равновесия центрально-сжатого стержня
- Критическая сила
- Коэффициенты расчетной длины
- Коэффициент динамичности

Физические характеристики бетона:

- Марка бетона по средней плотности – от D500 до D2500 и выше
- Марка по водонепроницаемости – от W2 до W20
- Марка по морозостойкости – от F25 до F500
- Марка по самонапряжению – от $S_p 0,6$ до $S_p 4$ (напряжения в МПа)
- Жаростойкость (прочность при температурах $\sim 200^\circ\text{C}$)
- Огнестойкость (прочность при огневом воздействии, $\sim 1100^\circ\text{C}$)
- Коррозионная стойкость
- Зависят от вида вяжущего (цементные, силикатные, ...)
- Зависят от вида заполнителя (плотные, пористые, ...)
- Зависят от зернового состава (крупнозернистые, ...)

Прочностные характеристики бетона:

- Прочность на осевое сжатие или кубиковая прочность R (на основе испытаний кубов со стороной 100, 150, 200, 300 мм)
- Призменная прочность R_b (призма – $a \times a \times h$ мм, где $h=4a$)
- Прочность на осевое растяжение $R_{bt} = 0,05 \dots 0,1 R_b \cong 0,234 R^{2/3}$ (на основе испытаний «гантелей» на растяжение, цилиндров и кубов на раскалывание, балок изгибу)
- Прочность при срезе и скалывании $R_{sh} \cong 2 \dots 3 R_{bt}$
- Прочность при длительном действии нагрузки $R_{bl} \cong 0,9 R_b$
- Прочность при многократно повторных нагрузках $R_r \cong 0,5 R_b$

Классы тяжелого бетона по прочности на сжатие и растяжение соответственно – В3,5...В100 и В_t0,8...В_t4,8

Деформационные характеристики бетона:

- Предельная относительная деформация сжатия $\varepsilon_{b0} = 0,0015 \dots 0,003$
- Предельная относительная деформация растяжения $\varepsilon_{bt0} = 0,0001$
- Начальный модуль упругости $E_b = 9500 \dots 43000$ МПа
- Коэффициент поперечной деформации (Пуассона) $\nu_b \cong 0,167 \cong 0,2$
- Модуль сдвига $G = \frac{E_b}{2(1+\nu_b)} \cong 0,4E_b$
- Коэффициент (характеристика) ползучести $\varphi_{b,cr} = 1 \dots 5,6$
- Модуль деформаций при длительном нагружении $E_{b,\tau} = \frac{E_b}{1+\varphi_{b,cr}}$
- Коэффициент линейной температурной деформации $\alpha_{bt} = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
- Относительная деформации усадки $\varepsilon_{sl} = 0,00015 \dots 0,00035$

Механические характеристики арматуры:

- Сопротивление растяжению $R_s = 210 \dots 1670$ МПа
- Сопротивление сжатию $R_{sc} = 210 \dots 500(400)$ МПа
- Сопротивление срезу $R_{sw} = 170 \dots 300$ МПа (А240, А400, А500, В500)
- Модуль упругости $E_s = 195\,000$ (для К...) и $200\,000$ (для А...) МПа
- Относительная деформация $\varepsilon_{s0} = \frac{R_s}{E_s}$ или $\varepsilon_{s0} = \frac{R_s}{E_s} + 0,002$ при физическом или условном пределе текучести соответственно
- Предельная относительная деформация $\varepsilon_{s2} = 0,025$
- Коэффициент линейного расширения $\alpha_s = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Классы арматуры по прочности на растяжение – А240, А400, А500, А600, А800, А1000, В500, В_p500, В_p1200...В_p1600, К1400...К1900

Цель армирования

- Прочность бетона на сжатие R_b и растяжение $R_{bt} = 0,05...0,1R_b$ существенно отличается – более 10 раз
- Установка арматуры в растянутой зоне бетона существенно повышает разрушающую нагрузку
- Армирование сжатой зоны бетона также заметно увеличивает сопротивление сжимающей нагрузке
- Основная цель армирования – повысить несущую способность бетонных конструкций с учетом эффективной работы бетона на сжатие и минимального расхода арматурной стали
- Главное условие для достижения цели – обеспечение совместной работы бетона и арматуры

Задачи армирования

- Изменить характер работы конструкции
- Повысить несущую способность по различным критериям
- Минимизировать влияние отрицательных качеств бетона
- Гарантировать надежность и работоспособность конструкций
- Обеспечить требования по нормальной эксплуатации
- Увеличить срок службы или долговечность сооружений

При этом исключить возможность негативного влияния армирования (выпучивание, коррозия арматуры, ...) на работу конструкции, использовать минимальное количество арматуры и обеспечить требуемую огнестойкость

Совместная работа арматуры с бетоном

- Достигается за счет наличия профиля (ребер) на поверхности стержней или устройства анкерных элементов на концах гладкой арматуры (отгибы, шайбы, ...) и размещения в теле бетона на достаточном расстоянии от граней элемента
- В силу совместной работы $\varepsilon_b = \varepsilon_s = \frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{\sigma_s}{E_s}$ и разных модулей упругости у бетона $E_b = 30000$ МПа (В25) и арматуры $E_s = 200\,000$ МПа (А500) действующие в них нормальные напряжения $\sigma_s = \alpha\sigma_b$ отличаются на коэффициент приведения $\alpha = \frac{E_s}{E_b} = 6,7$ (который может увеличиваться в отдельных нормальных сечениях элементов до ~ 2 -х раз по мере нагружения и роста пластических деформаций в бетоне)

Ограничения по арматуре

- После достижения растягивающих напряжений в бетоне класса В25 значений $\sigma_{bt} = R_{bt} = 1,05$ МПа в нем образуется трещина, при этом в арматуре класса А500 растягивающие напряжения могут составлять всего лишь $\sigma_s = \alpha\sigma_{bt} = 7 \ll R_s = 435$ МПа, в этой связи, применение высокопрочной арматуры без предварительного напряжения не рекомендуется в связи с неэффективностью
- Материал арматуры, расположенной в теле бетона, не должен обладать существенно большим коэффициентом линейного расширения, поскольку при нагреве может возникнуть отслоение защитного слоя и достаточно скорое разрушение
- И главное – исключение возможности выпучивания арматуры в сжатой зоне бетона посредством соблюдения требований норм

Ограничение высоты сжатой зоны бетона

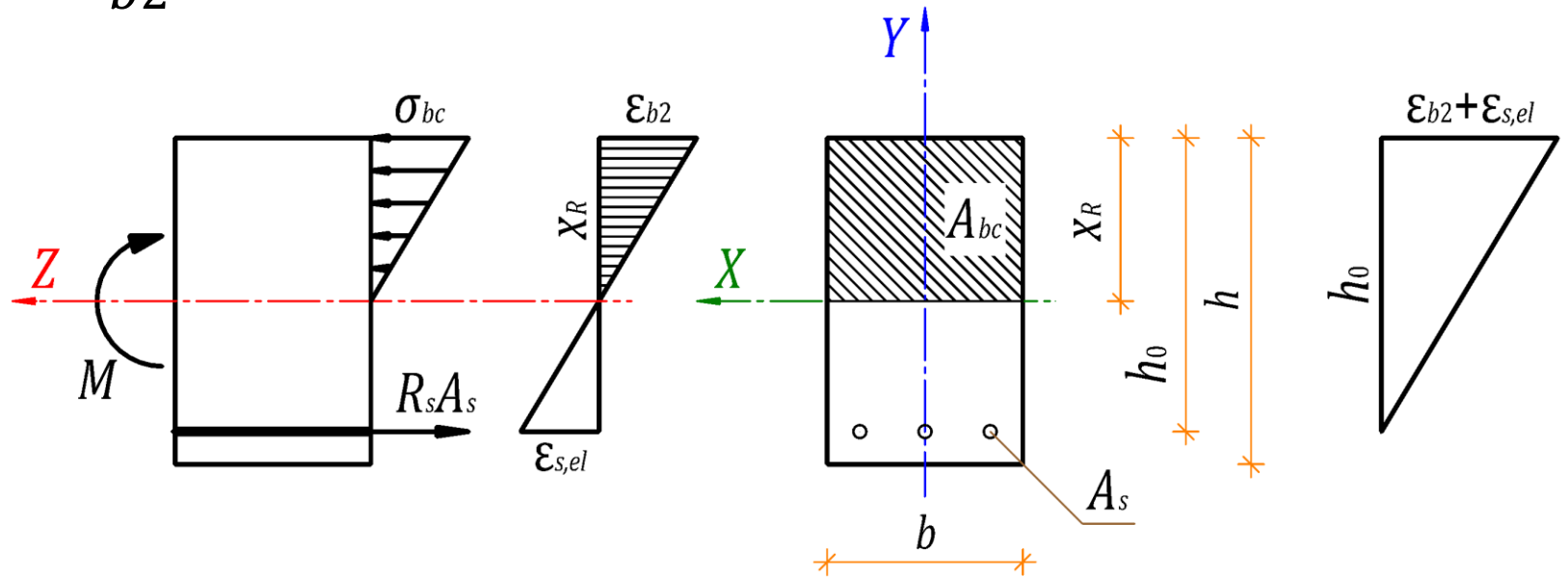
Высоту сжатой зоны бетона необходимо ограничить из соображений его предельной сжимаемости:

$$\xi_R = \frac{x_R}{h_0} = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}} = \frac{0,8\varepsilon_{b2}}{\varepsilon_{b2} + \varepsilon_{s,el}} \leftarrow \frac{x_R}{0,8\varepsilon_{b2}} = \frac{h_0}{\varepsilon_{b2} + \varepsilon_{s,el}}$$

где ξ_R – граничная относительная высота сжатой зоны бетона;

$\varepsilon_{s,el} = \frac{R_s}{E_s}$ – относит. деформация стали

$\varepsilon_{b2} = 0,0035$ – относит. деформация бетона при непродолжительном действии нагрузки



Геометрические характеристики сечений:

- Габаритные размеры – b , h , b'_f и h'_f
- Площади сечения, сжатой и растянутых зон бетона – A , A_{bc} и A_{bt}
- Площади растянутой и сжатой арматуры – A_s и A'_s
- Расстояния от центра тяжести до граней сечения по оси Y – y_c и y_t
- Статические моменты относительно осей X и Y – S_x и S_y
- Моменты инерции относительно осей X и Y – I_x и I_y
- Моменты сопротивления крайних волокон относительно осей X и Y – W_x и W_y
- Радиусы ядра сечения относительно осей X и Y – ρ_x и ρ_y
- Радиусы инерции относительно осей X и Y – i_x и i_y

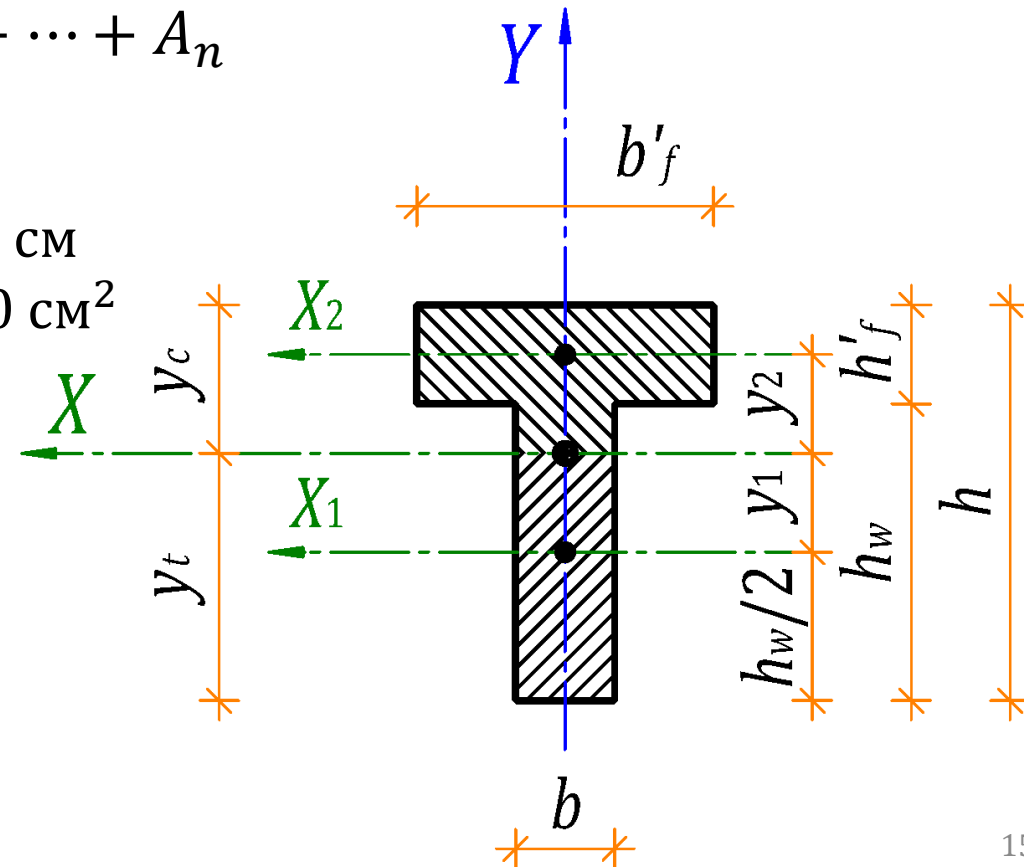
Площадь составного поперечного сечения

Простой геометрической формы определяется путем суммирования площадей отдельных фигур:

$$A = \sum_{i=1}^n A_i = A_1 + A_2 + \dots + A_n$$

Пример 1. Дано: Тавр $b = h'_f = 10$ см, $h_w = b'_f = 30$ см

$$A = A_1 + A_2 = bh_w + b'_fh'_f = 10 \cdot 30 + 30 \cdot 10 = 600 \text{ см}^2$$



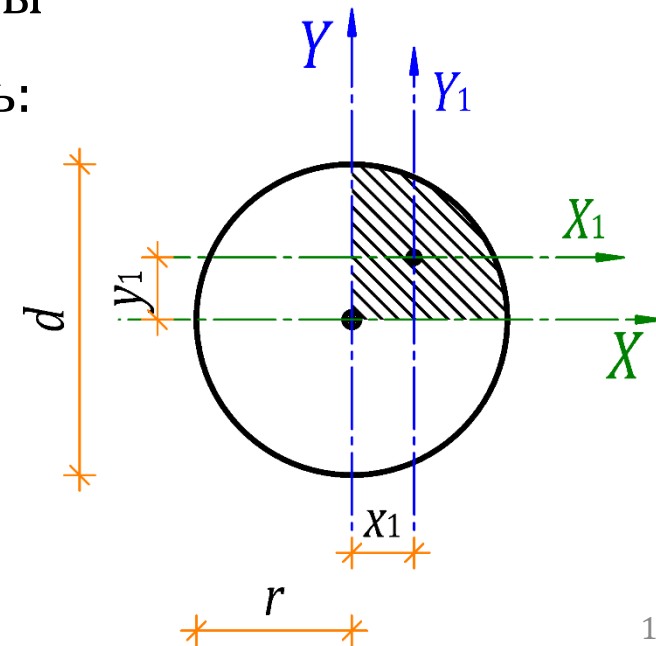
Площадь поперечного сечения

Криволинейной трапеции в декартовых и полярных координатах определяется по формулам:

$$A = \int_a^b f(x) dx \quad \text{и} \quad A = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} [r(\varphi)]^2 d\varphi$$

Пример 2. Дано: Круг радиусом $r = 5$ см, тогда с учетом формулы $x^2 + y^2 = r^2$ получим $f(x) = y = \sqrt{r^2 - x^2}$ и определим площадь:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}A &= \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{r^2 - x^2} \Big|_0^r + \frac{r^2}{2} \arcsin \frac{x}{r} \Big|_0^r = \\ &= \left(\frac{r}{2} \sqrt{r^2 - r^2} - \frac{0}{2} \sqrt{r^2 - 0^2} \right) + \frac{r^2}{2} \left(\arcsin \frac{r}{r} - \arcsin \frac{0}{r} \right) = \\ &= 0 + \frac{r^2}{2} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi \cdot r^2}{4} \rightarrow A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 5^2 = 78,5 \text{ см}^2 \end{aligned}$$



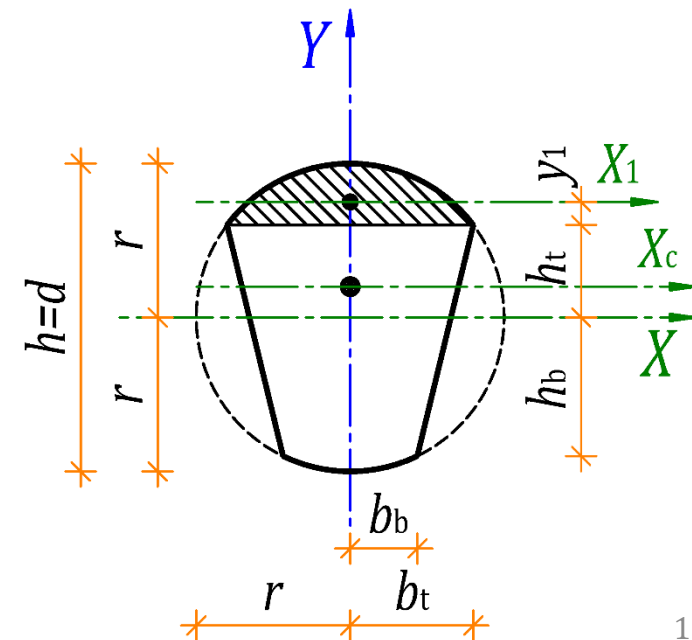
Площадь поперечного сечения

Криволинейной трапеции в декартовых координатах относительно оси Y определяется по формуле:

$$A = \int_c^d f(y) dy$$

Пример 3. Дано: Круговой сегмент радиусом $r = 5$ см и $h_t = 3$ см, тогда с учетом формулы $x^2 + y^2 = r^2$ получим $f(y) = x = \sqrt{r^2 - y^2}$ площадь:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}A &= \int_{h_t}^r \sqrt{r^2 - y^2} dy = \frac{y}{2} \sqrt{r^2 - y^2} \Big|_{h_t}^r + \frac{r^2}{2} \arcsin \frac{y}{r} \Big|_{h_t}^r = \\ &= \left(\frac{r}{2} \sqrt{r^2 - r^2} - \frac{h_t}{2} \sqrt{r^2 - h_t^2} \right) + \frac{r^2}{2} \left(\arcsin \frac{r}{r} - \arcsin \frac{h_t}{r} \right) = \\ &= \frac{r^2}{2} \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{h_t}{2} \sqrt{r^2 - h_t^2} - \frac{r^2}{2} \arcsin \frac{h_t}{r} \rightarrow \\ \rightarrow A &= \frac{\pi r^2}{2} - h_t \sqrt{r^2 - h_t^2} - r^2 \cdot \arcsin \frac{h_t}{r} = 11,2 \text{ см}^2 \end{aligned}$$



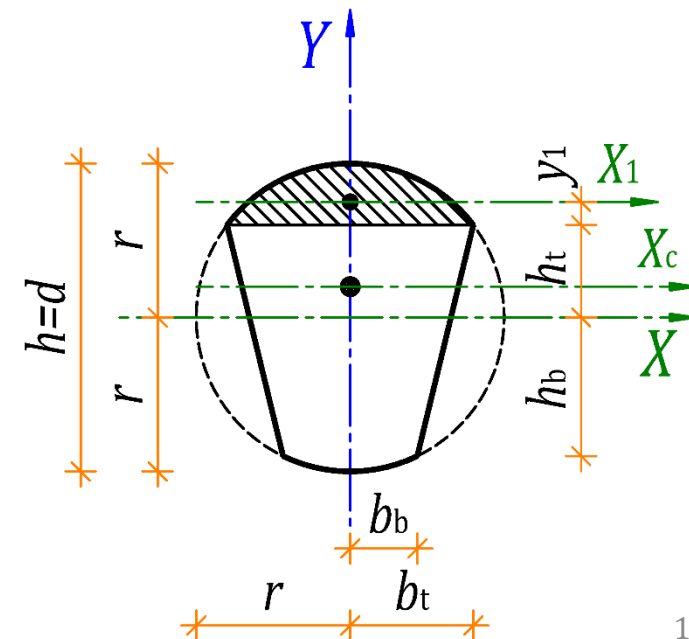
Площадь поперечного сечения

Сложной геометрической формы в декартовых координатах определяется по формуле:

$$A = \iint_A f(x, y) dx dy = \iint_A f(x, y) dA, \quad \text{где } f(x, y) = 1$$

Пример 4. Дано: Круговой сегмент радиусом $r = 5$, $h_t = 3$ и $b_t = 4$ см, тогда площадь:

$$\begin{aligned} A &= \int_{-b_t}^{+b_t} dx \int_{h_t}^{\sqrt{r^2-x^2}} dy = \int_{-b_t}^{+b_t} (\sqrt{r^2-x^2} - h_t) dx = \\ &= \int_{-b_t}^{+b_t} \sqrt{r^2-x^2} dx - h_t \int_{-b_t}^{+b_t} dx = \\ &= \frac{x}{2} \sqrt{r^2-x^2} \Big|_{-b_t}^{+b_t} + \frac{r^2}{2} \arcsin \frac{x}{r} \Big|_{-b_t}^{+b_t} - h_t \cdot x \Big|_{-b_t}^{+b_t} = \\ &= 2 \cdot \frac{b_t}{2} \sqrt{r^2-b_t^2} + \frac{r^2}{2} \left(\arcsin \frac{b_t}{r} - \arcsin \frac{-b_t}{r} \right) - 2 \cdot h_t b_t = 11,2 \text{ см}^2 \end{aligned}$$



Статические моменты поперечного сечения

Простой геометрической формы из фигур с площадями A_1, \dots, A_i относительно осей X и Y определяется путем суммирования произведений этих площадей на расстояния до их центров тяжести (с учетом разных знаков относительно осей):

$$S_{xi} = \sum_{i=1}^n A_i y_i = A_1 y_1 + \dots + A_i y_i \quad \text{и} \quad S_{yi} = \sum_{i=1}^n A_i x_i = A_1 x_1 + \dots + A_i x_i$$

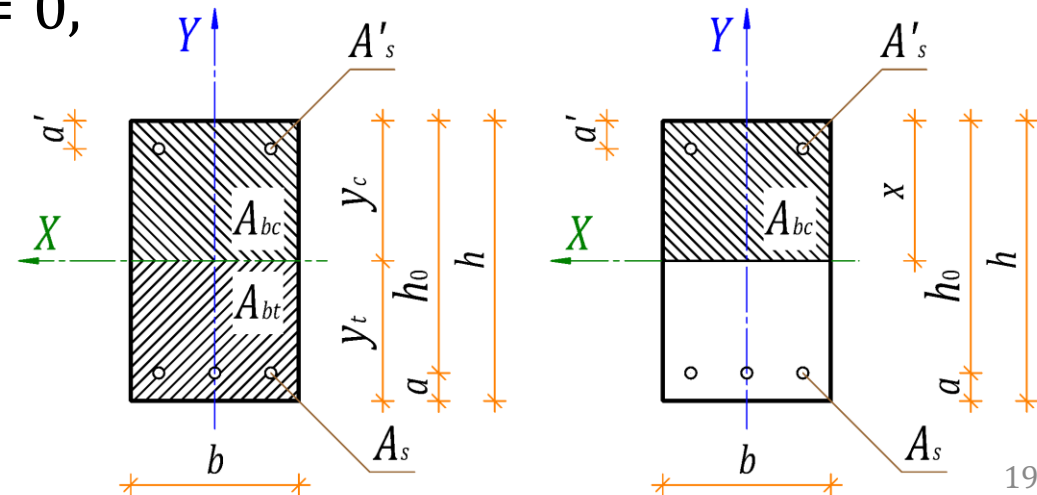
Статические моменты всего сечения A относительно **центральных** осей X и Y :

$$S_{x0} = 0 \quad \text{и} \quad S_{y0} = 0,$$

где A_i – площадь произвольной части сечения ($A_{bc}, A_{bt}, A_s, A'_s$);

$A = A_{bc} + A_{bt} = bh$ – площадь всего сечения;

x_i и y_i – расстояния от центра тяжести площади A_i до осей X и Y соответственно



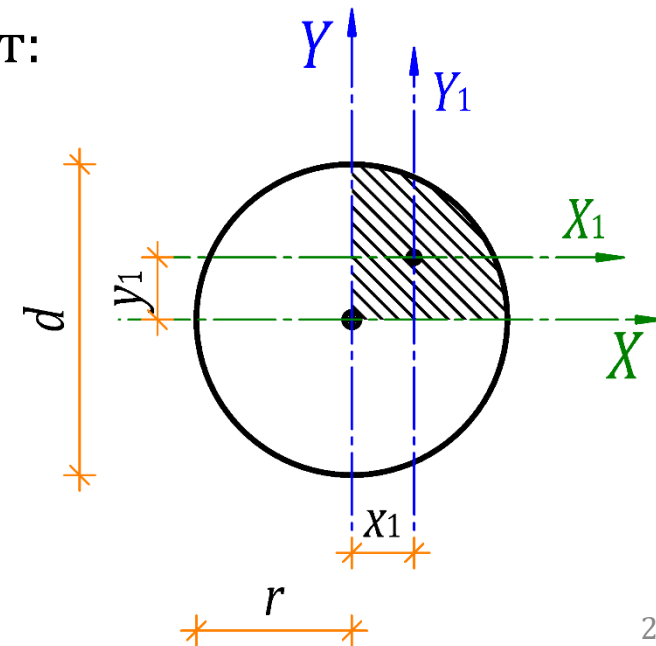
Статические моменты поперечного сечения

Криволинейной трапеции в декартовых координатах определяются по формулам (с учетом разных знаков относительно осей):

$$S_x = \frac{1}{2} \int_a^b y \cdot |y| dx \quad \text{и} \quad S_y = \int_a^b x \cdot |y| dx = \frac{1}{2} \int_\alpha^\beta x \cdot |x| dy$$

Пример 5. Дано: Четверть круга радиусом $r = 5$ см, тогда с учетом формулы $x^2 + y^2 = r^2$ получим $f(x) = y = \sqrt{r^2 - x^2}$ и статический момент:

$$\begin{aligned} S_x &= \frac{1}{2} \int_0^r (r^2 - x^2) dx = \frac{1}{2} \left(r^2 \frac{x}{1} \Big|_0^r - \frac{x^3}{3} \Big|_0^r \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(r^3 - 0 - \frac{r^3}{3} + 0 \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2r^3}{3} = \frac{r^3}{3} \rightarrow S_x = \frac{r^3}{3} = \frac{5^3}{3} = 41,7 \text{ см}^3 \end{aligned}$$



Центр тяжести поперечного сечения

Простой геометрической формы определяется с помощью Теоремы о моменте равнодействующем:

$$y_1 = \frac{S_{x1}}{A},$$

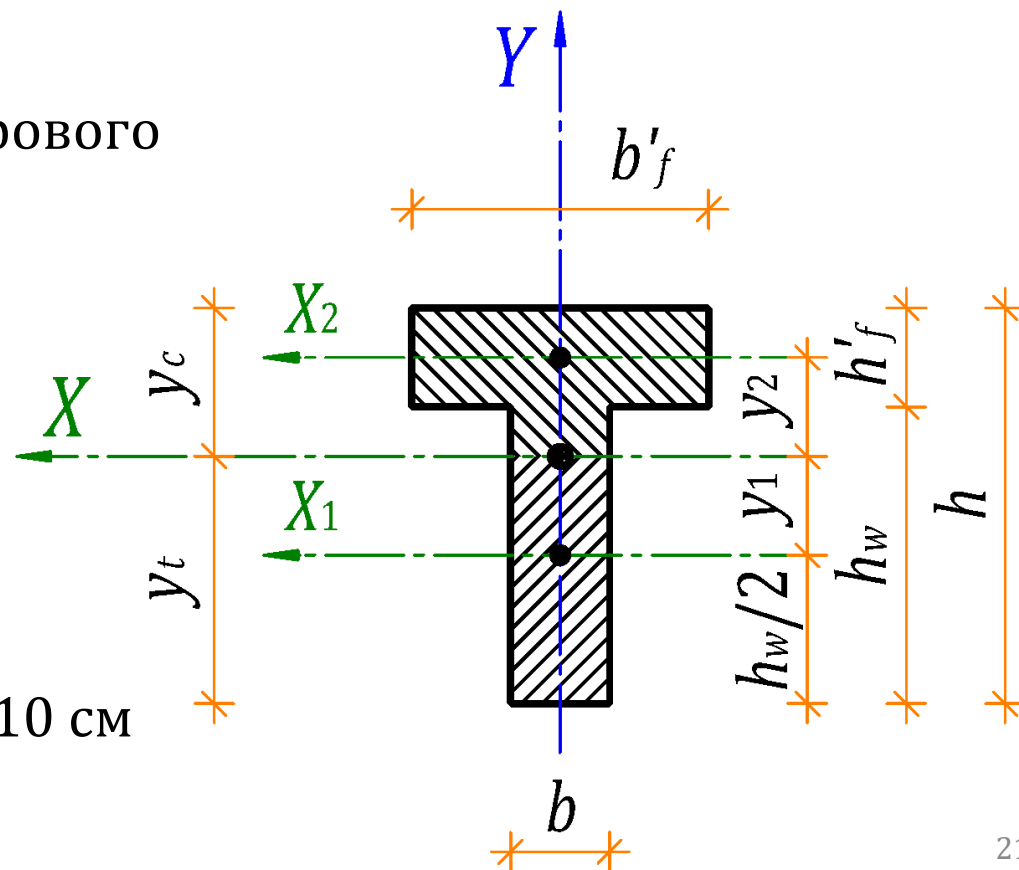
где $S_{x1} = b'_f h'_f \left(\frac{h'_f}{2} + \frac{h_w}{2} \right)$ – статический момент таврового сечения относительно вспомогательной оси X_1 ;

$A = bh_w + b'_f h'_f$ – площадь таврового сечения;

y_1 – расстояние от вспомогательной оси X_1 до центра тяжести таврового сечения

Пример 6. Дано: $b = h'_f = 10$ см; $h_w = b'_f = 30$ см

$$y_1 = \frac{S_{x1}}{A} = \frac{b'_f h'_f \left(\frac{h'_f}{2} + \frac{h_w}{2} \right)}{bh_w + b'_f h'_f} = \frac{10 \cdot 30 \cdot (5 + 15)}{10 \cdot 30 \cdot 2} = 10 \text{ см}$$



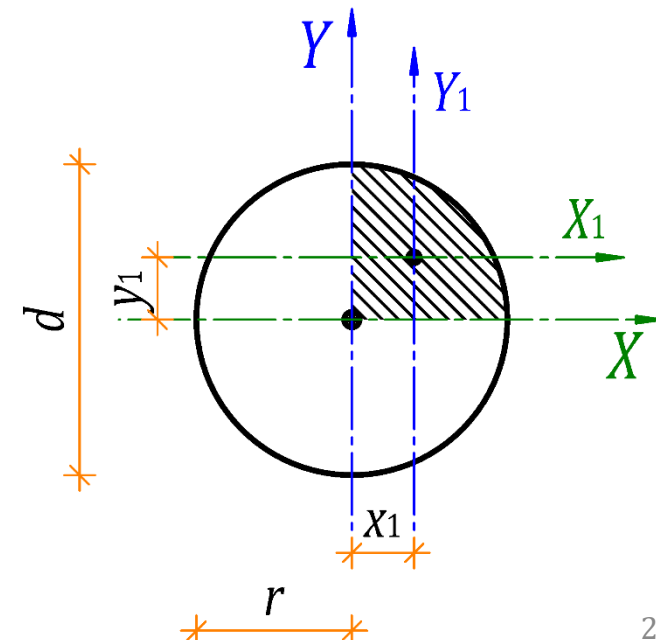
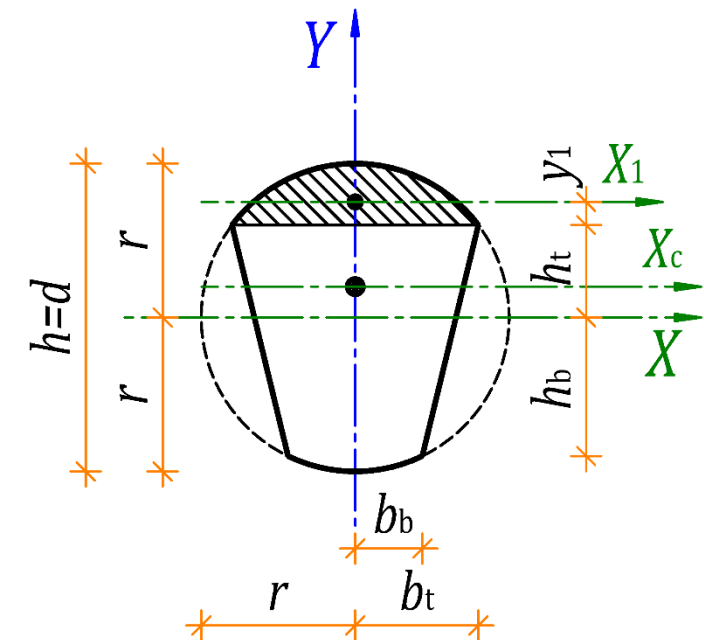
Центры тяжести поперечного сечения:

- Криволинейной трапеции определяется по формулам:

$$\bar{y} = \frac{S_x}{A} = \frac{\frac{1}{2} \int_a^b y \cdot |y| dx}{A} \quad \text{и} \quad \bar{x} = \frac{S_y}{A} = \frac{\frac{1}{2} \int_\alpha^\beta x \cdot |x| dy}{A}$$

- Сложной геометрической формы по формулам:

$$\bar{y} = \frac{S_x}{A} = \frac{\iint_A y dA}{A} \quad \text{и} \quad \bar{x} = \frac{S_y}{A} = \frac{\iint_A x dA}{A}$$



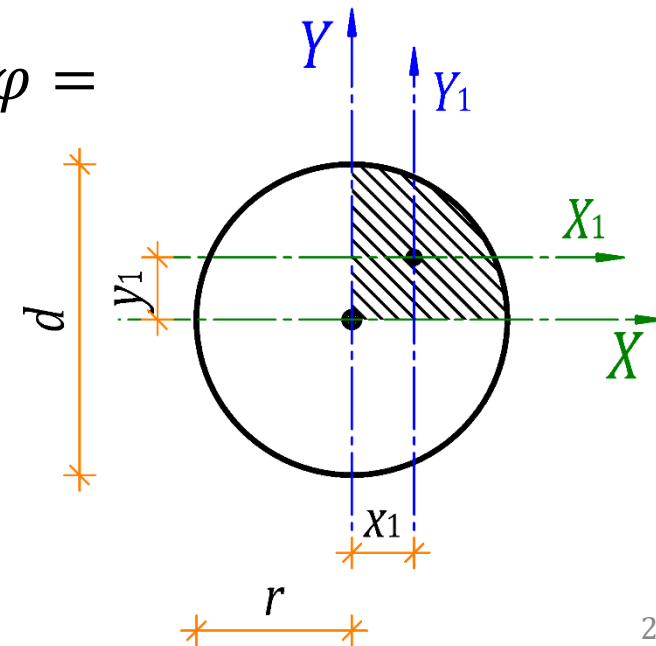
Полярный момент инерции:

- Поперечного сечения сложной геометрической формы определяется по формуле:

$$I_p = \iint_A r^2 dA$$

- Полярный момент инерции круга определяется по формуле:

$$\begin{aligned} I_p &= \iint_A r^2 dA = \iint_A r^2 \cdot dr(r \cdot d\varphi) = \int_0^{2\pi} \left(\int_0^R r^3 dr \right) d\varphi = \\ &= \int_0^{2\pi} \frac{R^4}{4} d\varphi = \frac{R^4}{4} \varphi \Big|_0^{2\pi} = \frac{2\pi \cdot R^4}{4} = \frac{\pi R^4}{2} \end{aligned}$$



Моменты инерции поперечного сечения:

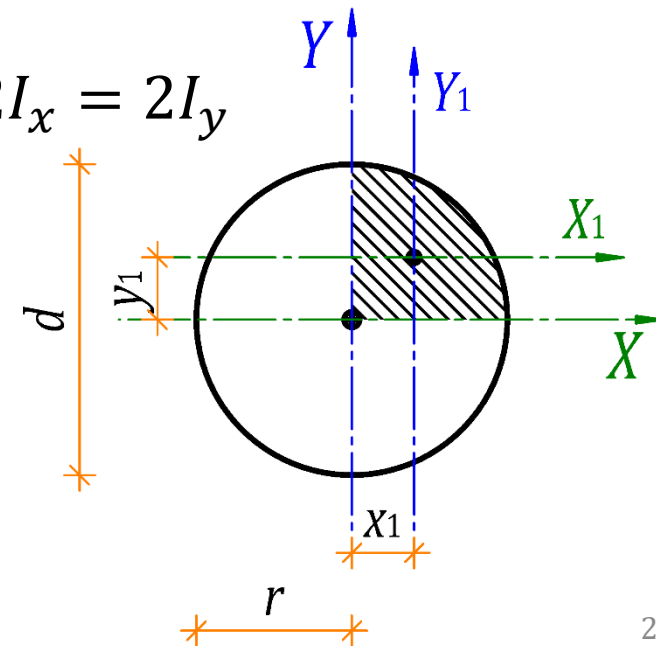
- Сложной геометрической формы в декартовых координатах определяются по формулам:

$$I_x = \iint_A y^2 dA \quad \text{и} \quad I_y = \iint_A x^2 dA$$

- Момент инерции круга в декартовых координатах определяется на основе полярного момента инерции по формуле:

$$I_p = \iint_A r^2 dA = \iint_A (x^2 + y^2) dA = \iint_A y^2 dA + \iint_A x^2 dA = 2I_x = 2I_y$$

$$I_x = I_y = \frac{I_p}{2} = \frac{\pi R^4}{2 \cdot 2} = \frac{\pi R^4}{4}$$

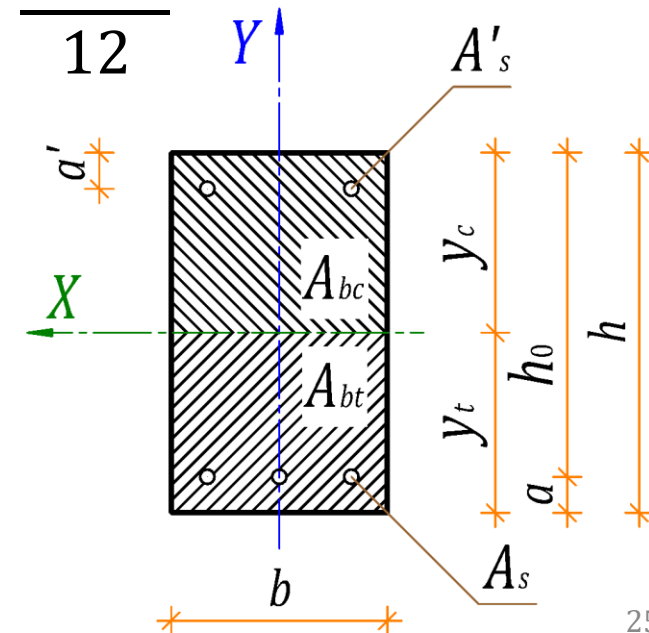


Моменты инерции прямоугольного сечения

В декартовых координатах определяются по аналогичным формулам:

$$I_x = \iint_A y^2 dA = \int_{-b/2}^{+b/2} \left(\int_{-h/2}^{+h/2} y^2 dy \right) dx = \frac{h^3}{12} \int_{-b/2}^{+b/2} dx = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$I_y = \iint_A x^2 dA = \int_{-h/2}^{+h/2} \left(\int_{-b/2}^{+b/2} x^2 dx \right) dy = \frac{b^3}{12} \int_{-h/2}^{+h/2} dy = \frac{h \cdot b^3}{12}$$



Момент инерции поперечного сечения

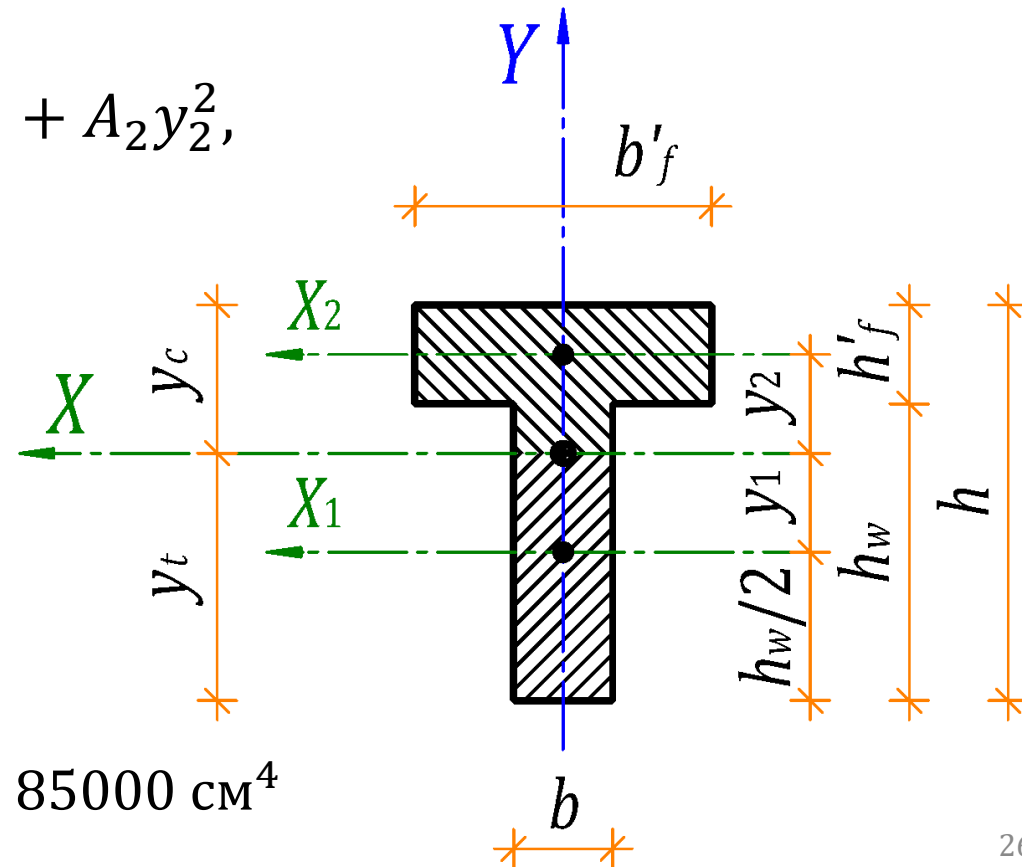
Относительно центральной оси X равен сумме моментов инерции относительно собственных осей I_{x_1} и I_{x_2} и произведений статических моментов (или площадей) $S_{x_1}(A_1)$ и $S_{x_2}(A_2)$ на расстояния (или квадраты расстояний) $y_1(y_1^2)$ и $y_2(y_2^2)$:

$$I_x = I_{x_1} + S_{x_1}y_1 + I_{x_2} + S_{x_2}y_2 = I_{x_1} + A_1y_1^2 + I_{x_2} + A_2y_2^2,$$

где $I_{x_1} = \frac{bh_w^3}{12}$ и $I_{x_2} = \frac{b'_fh_f{}^3}{12}$ – моменты инерции относительно собственных осей X_1 и X_2

Пример 7. Дано: $b = h'_f = 10$ см; $h_w = b'_f = 30$ см

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{bh_w^3}{12} + bh_wy_1^2 + \frac{b'_fh_f{}^3}{12} + b'_fh_fy_2^2 = \\ &= \frac{10 \cdot 30^3}{12} + 10 \cdot 30 \cdot 10^2 + \frac{30 \cdot 10^3}{12} + 30 \cdot 10 \cdot 10^2 = 85000 \text{ см}^4 \end{aligned}$$



Моменты сопротивления крайних волокон

Относительно центральной оси X равны отношению момента инерции I_x к расстояниям до центра тяжести сечения y_c и y_t :

$$W_{x,c} = \frac{I_x}{y_c} \quad \text{и} \quad W_{x,t} = \frac{I_x}{y_t},$$

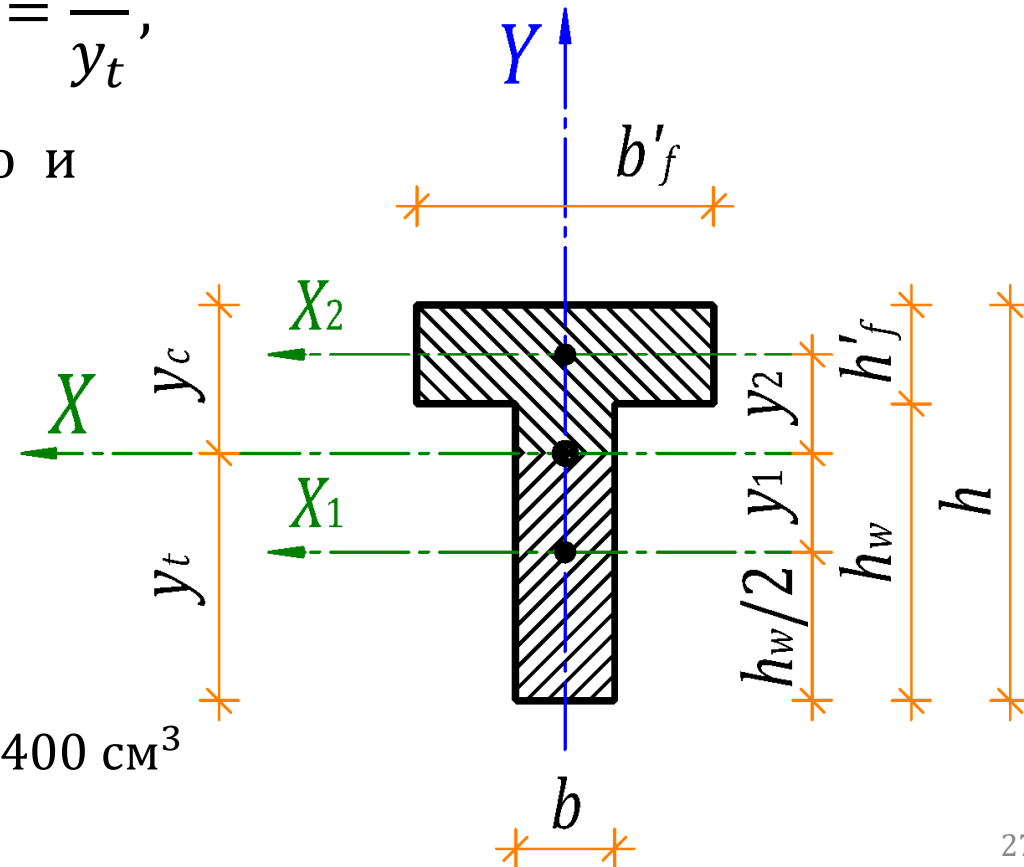
где $W_{x,c}$ и $W_{x,t}$ – моменты сопротивления верхнего и нижнего волокон сечения, соответственно;

$$W_x = \frac{I_x}{h/2} = \frac{bh^3/12}{h/2} = \frac{bh^2}{6} \text{ – прямоугольного сечения;}$$

y_c и y_t – расстояние от центра тяжести сечения до верхней и нижней грани соответственно

Пример 8. Дано: $b = h'_f = 10$ см; $h_w = b'_f = 30$ см

$$W_{x,c} = \frac{I_x}{y_c} = \frac{85000}{15} = 5666,7 \text{ см}^3 \quad \text{и} \quad W_{x,t} = \frac{I_x}{y_t} = \frac{85000}{25} = 3400 \text{ см}^3$$



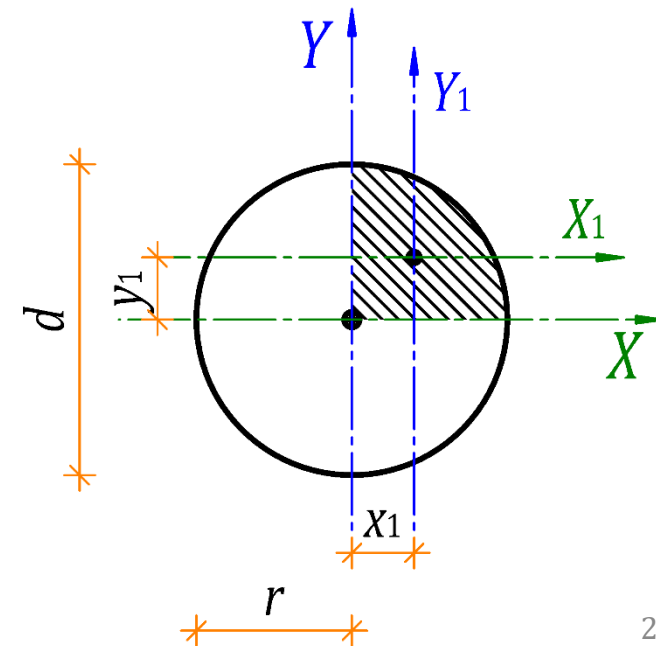
Полярный момент сопротивления

Полярный момент инерции круга определяется по формуле:

$$\begin{aligned} I_p &= \iint_A r^2 dA = \iint_A r^2 \cdot dr(r \cdot d\varphi) = \int_0^{2\pi} \left(\int_0^R r^3 dr \right) d\varphi = \\ &= \int_0^{2\pi} \frac{R^4}{4} d\varphi = \frac{R^4}{4} \varphi \Big|_0^{2\pi} = \frac{2\pi \cdot R^4}{4} = \frac{\pi R^4}{2} \end{aligned}$$

Полярный момент сопротивления круга:

$$W_p = \frac{I_p}{R} = \frac{\pi R^4}{2R} = \frac{\pi R^3}{2}$$



Радиусы инерции:

От центра тяжести вдоль осей X и Y равны квадратному корню из отношения моментов инерции I_x и I_y к площади сечения A :

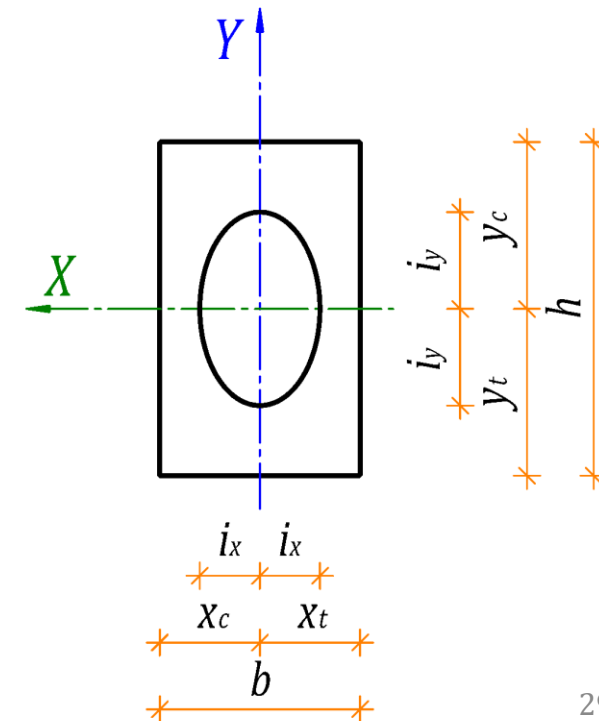
$$i_y = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad \text{и} \quad i_x = \sqrt{\frac{I_y}{A}},$$

где I_x и I_y – моменты инерции сечения относительно осей X и Y соответственно;

A – площадь сечения

Пример 9. Дано: $b = 30$ см; $h = 50$ см

$$i_y = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{312500}{1500}} = 14,4 \text{ см} \quad \text{и} \quad i_x = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{112500}{1500}} = 8,7 \text{ см}$$



Полярный радиус инерции

От центра тяжести также равен квадратному корню из отношения полярного момента инерции I_p к площади сечения A :

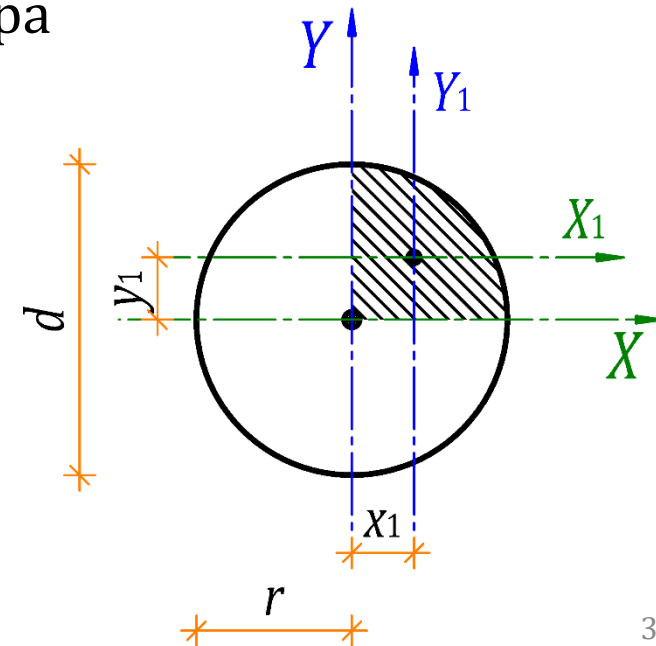
$$i_p = \sqrt{\frac{I_p}{A}},$$

где I_p – полярный момент инерции сечения относительно центра тяжести сечения;

A – площадь сечения

Пример 10. Дано: Круг радиусом $r = 5$ см, $A = 78,5$ см²

$$I_p = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{3,14 \cdot 5^4}{2} = 990,6 \text{ см}^4 \rightarrow i_p = \sqrt{\frac{I_p}{A}} = \sqrt{\frac{990,6}{78,5}} = 3,6 \text{ см}$$



Ядровые расстояния (радиусы ядра сечения):

От центра тяжести вдоль осей X и Y равны отношению моментов сопротивления крайних волокон W_x и W_y к площади сечения A :

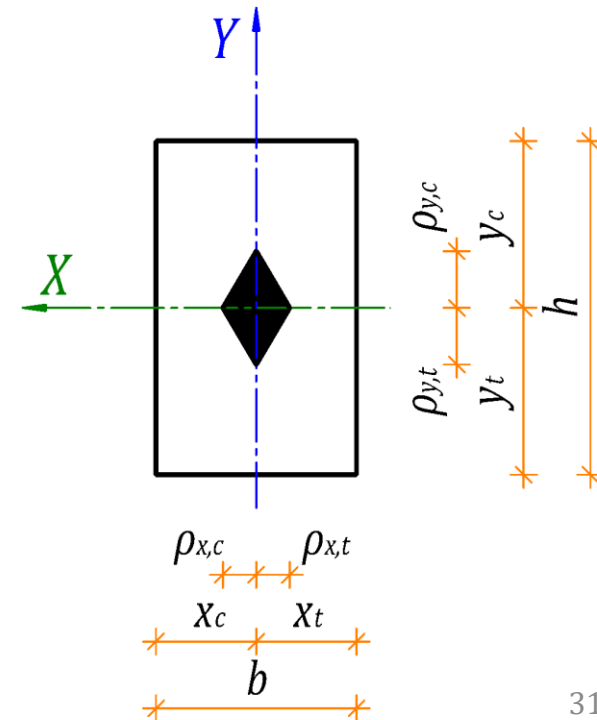
$$\rho_{y,c} = \frac{I_x}{Ay_t} = \frac{W_{x,t}}{A}, \rho_{y,t} = \frac{I_x}{Ay_c} = \frac{W_{x,c}}{A} \quad \text{и} \quad \rho_{x,c} = \frac{I_y}{Ax_t} = \frac{W_{y,t}}{A}, \rho_{x,t} = \frac{I_y}{Ax_c} = \frac{W_{y,c}}{A}$$

где $W_{x,t}$ ($W_{y,t}$) и $W_{x,c}$ ($W_{y,c}$) – моменты сопротивления крайних волокон сечения относительно оси X (Y);

y_c (x_c) и y_t (x_t) – расстояние от центра тяжести сечения до верхней и нижней грани вдоль оси Y (X) соответственно

Пример 11. Дано: $b = 30$ см; $h = 50$ см

$$\rho_y = \frac{W_x}{A} = \frac{12500}{1500} = 8,3 \text{ см} \quad \text{и} \quad \rho_x = \frac{W_y}{A} = \frac{7500}{1500} = 5 \text{ см}$$



Гибкости стержневых элементов:

В направлении главных плоскостей инерции XZ и YZ вычисляются по формулам:

$$\lambda_y = \frac{l_{0y}}{i_x} = \frac{\mu_y \cdot l_y}{i_x} \quad \text{и} \quad \lambda_x = \frac{l_{0x}}{i_y} = \frac{\mu_x \cdot l_x}{i_y},$$

где i_x и i_y – радиусы инерции сечения относительно осей X и Y ;

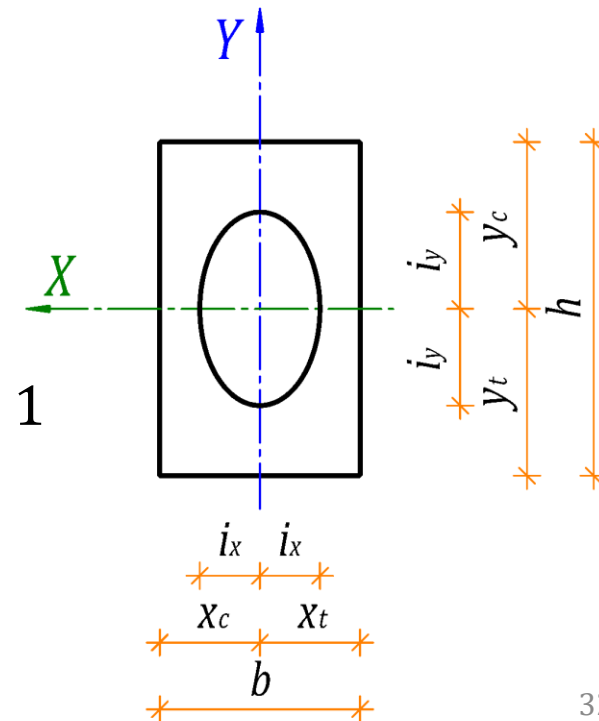
l_{0x} и l_{0y} – расчетные длины стержня в плоскостях XZ и YZ ;

μ_x и μ_y – коэффициенты расчетной длины в плоскостях XZ и YZ ;

l_x и l_y – длины пролетов (расстояния между точками закрепления) стержня в плоскостях XZ и YZ

Пример 12. Дано: $b = 30$ см; $h = 50$ см; $l_x = l_y = 300$ см; $\mu_x = \mu_y = 1$

$$\lambda_y = \frac{l_{0y}}{i_x} = \frac{1 \cdot 300}{14,4} = 20,8 \quad \text{и} \quad \lambda_x = \frac{l_{0x}}{i_y} = \frac{1 \cdot 300}{8,7} = 34,5$$



Устойчивость равновесия стержня

Прямолинейной формы с шарнирным опиранием по концам, малыми прогибами (для использования дифференциального уравнения изогнутой оси балки) и при центральном сжатии впервые сформулирована Л. Эйлером:

$$K = \frac{1}{r} = \frac{v''}{\sqrt{(1 + v'^2)^3}} = \frac{M}{E \cdot I}, \text{ тогда при } v'^2 \rightarrow 0 \text{ получим: } E \cdot I \cdot v'' = M = -F \cdot v,$$

$$\text{с учетом обозначения } k^2 = \frac{F}{E \cdot I} \text{ получим: } v'' + k^2 \cdot v = 0,$$

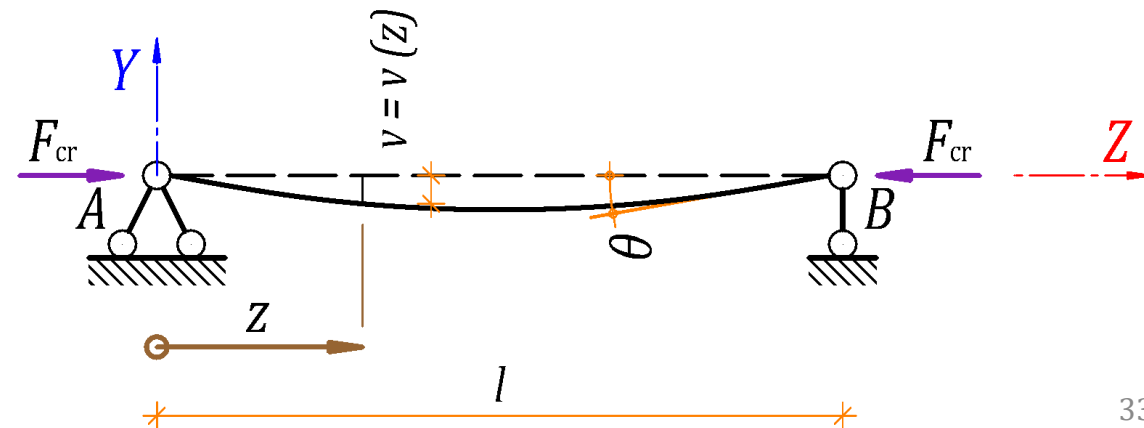
общее решение которого имеет вид: $v = C_1 \sin(k \cdot z) + C_2 \cos(k \cdot z)$

С учетом условий закрепления:

$$v|_{z=0} = 0 \text{ и } v|_{z=l} = 0,$$

определим константы:

$$C_2 = 0 \text{ и } C_1 \sin(k \cdot l) = 0 \text{ при этом } C_1 \neq 0$$



Критическая сила

Определяется решением уравнения:

$$\sin(k \cdot l) = 0 \rightarrow k \cdot l = n \cdot \pi, \quad \text{где } n = 1, 2, 3, \dots$$

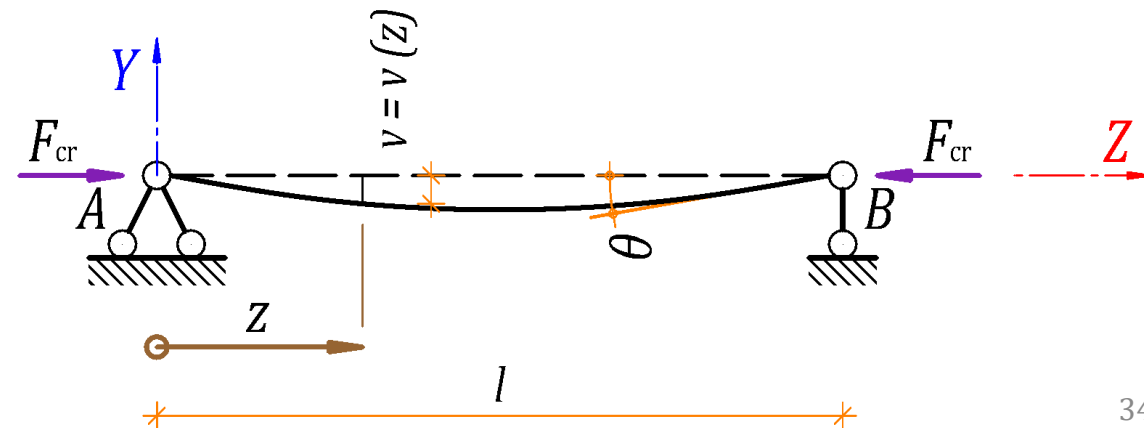
$$\text{тогда: } l \sqrt{\frac{F}{E \cdot I}} = n \cdot \pi \rightarrow F = \frac{n^2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2},$$

и минимальное значение критической силы при $n = 1$: $F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2}$

При подстановке $k = n \cdot \pi / l$ в уравнение прогибов получим:

$$v = C_1 \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot z}{l}\right),$$

где n – количество опор многопролетной неразрезной балки







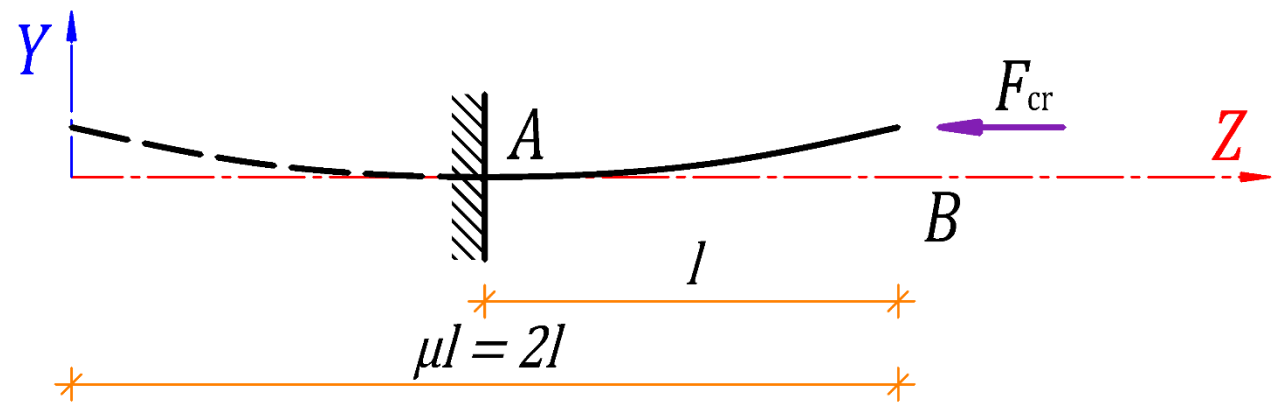
Коэффициент расчетной длины

Определяется на основе решения дифференциального уравнения с учетом соответствующих условий закрепления или путем отыскания точек перегиба на полуволне синусоиды (на рисунке пример с консольным стержнем):

$$l_{0y} = \mu_y \cdot l_y \quad \text{и} \quad l_{0x} = \mu_x \cdot l_x,$$

тогда минимальное значение критической силы: $F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(\mu l)^2}$

Схема закрепления элемента				
μ	1,0	0,7	0,5	2,0



Коэффициент динамичности

На примере лифта, поднимающегося с постоянным ускорением a вверх, определяется на аналогии с уравнением равновесия всех действующих сил на вертикальную ось Y :

$$\sum F_y = N - P - F_{И} = 0,$$

где N – нормальная сила в поперечном сечении каната;

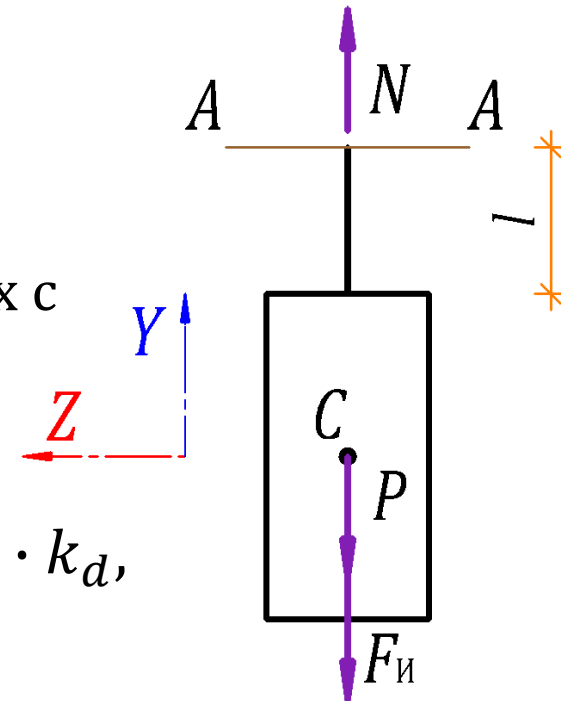
$P = m \cdot g$ – вес кабины лифта и каната длиной l ;

$F_{И} = m \cdot a$ – сила инерции, возникающая при движении лифта вверх с постоянным ускорением a ;

m – масса кабины лифта и каната длиной l , тогда:

$$N = P + F_{И} = m \cdot g + m \cdot a = m(g + a) = m \cdot g \left(1 + \frac{a}{g}\right) = m \cdot g \cdot k_d,$$

где $k_d = 1 + \frac{a}{g}$ – коэффициент динамичности



Литература:

- ГОСТ 27751-2014 Надежность строительных конструкций и оснований
- СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции
- Павлов П.А., Паршин Л.К., Мельников Б.Е., Шерстнев В.А. Сопротивление материалов : Учебное пособие. 2-е изд., испр. и доп. – СПб.: Издательство «Лань», 2007. – 560 с.
- Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести – Издание второе. – М.: Высшая школа, 1968. – 512 с.

ИСА | 08.03.01 | ПГС | 6-й семестр

Железобетонные и каменные конструкции

Практическое занятие №1



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

**СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

www: mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/

e-mail: gbk@mgsu.ru; PekinDA@mgsu.ru

тел.: +7 495 287 49 14 доб. 3036, 3084

Пекин Дмитрий Анатольевич, доцент, к.т.н.